Les journées du GdR AFHP 2021

27-29 sept. 2021
Besançon
France

Table des matières

Arafat ABBAR, Université Gustave Eiffel (Champs-sur-Marne)

"On the dynamics of Lipschitz operators"

By the linearization property of Lipschitz-free spaces, any Lipschitz map $f : M \to N$ between two pointed metric spaces may be extended in a unique way to a bounded linear operator $\widehat{f} : \mathcal{F}(M) \to \mathcal{F}(N)$ between their corresponding Lipschitz-free spaces. In this talk, we explore the connections between some properties of topological dynamics of Lipschitz self-maps $f : M \to M$ and some properties of linear dynamics of their extensions $\widehat{f} : \mathcal{F}(M) \to \mathcal{F}(M)$. Joint work with C. Coine and C. Petitjean.

Anatole GAUDIN, Aix-Marseille Université

"Traces dans les espaces de Besov homogènes et Interpolation"

Pour des opérateurs appropriés, le théorème de régularité maximale de Da Prato et Grisvard donne un résultat d'existence et d'unicité de solution à des équations différentielles lineaires abstraites dans des espaces de Banach décrits par espaces d'interpolation avec le domaine de l'opérateur en question, ce qui motive le calcul explicite de tels espaces lorsque cela est possible.

Cela nous amène donc pour des problèmes plus concret issus des EDP, au calcul d'espaces d'interpolation réelle entre L^p et un Sobolev impliquant une condition au bord : ces espaces ont été complètement caractérisés dans le cas des espaces non-homogène par Davide Guidetti en 1991 pour des ouverts suffisamment réguliers et des conditions aux bords plutôt générales (dites de Shapiro-Lopatinskii).

On a récemment vu l'apparition d'une variante du Théorème de Da Prato et Grisvard s'exprimant ici en terme d'interpolation réelle avec le domaine homogène d'un opérateur par Danchin, Hieber, Mucha et Tolksdorf. C'est cela qui nous pousse à adapter de tels résultats dans le cas des espaces de Besov homogènes sur le demi-espace. On commencera par donner le théorème de trace dans les espaces Besov et Sobolev Homogènes, puis une description des espaces d'interpolation dans le cas scalaire pour des conditions de Dirichlet, puis Neumann, et si nous avons le temps on présentera une brève extension aux cas des formes différentielles sur le demi-espace puis sur les ouverts spécial Lipschitz.

Vincent BEHANI, Université de Lille

“ Étude des propriétés dynamiques des opérateurs de Bishop ”

Nous nous intéressons ici au problème du sous-espace invariant suivant :

> Soit $\mathcal{H}$ un espace de Hilbert complexe, séparable et de dimension infinie. Tout opérateur borné $T\colon \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ possède-t-il un sous-espace fermé invariant non trivial, c'est-à-dire un sous-espace fermé $\mathcal{F} \subset \mathcal{H}$ tel que $T(\mathcal{F}) \subset \mathcal{F}$ et tel que $\mathcal{F} \neq \{0\}$ et $\mathcal{F} \neq \mathcal{H}$?

La famille d'opérateurs $(T_\alpha)_{\alpha\in[0,1]}$ où

$$T_\alpha\colon \quad \begin{array}{rcl} L^2([0,1]) & \to & L^2([0,1]) \\ f & \mapsto & T_\alpha f\colon \left| \begin{array}{rcl} [0,1] & \to & \mathbf{C} \\ x & \mapsto & xf(\{x+\alpha\}) \end{array} \right. \end{array}$$

avec $\{y\} = y - \lfloor y \rfloor$ désignant la partie fractionnaire d'un réel y a été proposée par Bishop comme de possibles contre-exemples au problème du sous-espace invariant.

Il a été montré que dans le cas où α est rationnel, T_α admet un sous-espace hyperinvariant non trivial, c'est-à-dire un sous-espace invariant non trivial commun pour tous les opérateurs commutant avec T_α. L'ensemble de ces réels a été ensuite élargi par Davie pour contenir les irrationnels qui ne sont pas des nombres de Liouville. En revanche il n'a pas été démontré que cette propriété était vraie pour tous les irrationnels.

Nous cherchons ici à étudier les propriétés dynamiques de cette classe d'opérateurs selon le paramètre réel α, notamment la cyclicité étant donné que nous remarquons le fait suivant :

> Un opérateur borné $T \in \mathcal{B}(\mathcal{H})$ n'admet pas de sous-espace invariant non trivial si et seulement si l'orbite $\{T^n(x); n \in \mathbf{N}\}$ engendre un sous-espace dense pour tout $x \in \mathcal{H}\backslash\{0\}$, c'est-à-dire si tout vecteur non nul x est dit cyclique pour T.

Nous verrons comment la cyclicité des opérateurs T_α pour les paramètres α rationnels peut permettre d'étudier la cyclicité des opérateurs de Bishop pour des paramètres α irrationnels.

Eddy BERNARD, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées - Université Gustave Eiffel (Champs-sur-marne)

"Spectrum of weighted composition operators on $Hol(\mathbb{D})$"

We talk about the spectrum of a weighted composition operator induced by a weight $m \in Hol(\mathbb{D})$ and a holomorphic self-map φ on the unit disc, which is not an elliptic automorphism. We study the case where φ has a unique fixed point in $\mathbb{D}$ and the case where φ has a Denjoy-Wolff point on the unit circle with different conditions on m.

Nikiforos BIEHLER, Université Gustave Eiffel (Champs-sur-Marne)

"On Universal Harmonic Functions on Trees"

Universal properties of functions have been a subject of thorough research during the past decades. Many results from complex function theory (but not restricted to that theory) have triggered the research about analogous results in the discrete setting. In this talk, universal and frequently universal harmonic functions on trees will be discussed. The set of universal harmonic functions has been shown to be G_δ-dense, and the set of frequently universal harmonic functions has been shown to be dense and meager. We prove that the set of frequently universal harmonic functions on a tree T contains a vector space except 0 which is dense in the space of harmonic functions on T as a subset of $\mathbb{C}$.

Loren COQUILLE, Institut Fourier, Université Grenoble Alpes

"Vers la fluctuation des interfaces du modèle d'Ising avec interactions à longue portée."

Le modèle d'Ising est un modèle de mécanique statistique très étudié, qui fait apparaitre une transition de phase de type paramagnétique / ferromagnétiques. Je passerai en revue des résultats connus et présenterai de nouveaux résultats sur la fluctuation ou la rigidité des interfaces à basse température, dans le régime de coexistence des phases, pour des systèmes : - en dimension 1, 2 ou 3 - avec des interactions à courte ou longue portée.

Exposé basé sur des travaux en collaboration avec Y. Velenik (Genève) d'une part, et A. van Enter (Groningen), A. Le Ny (Paris) et W. Ruszel (Delft) d'autre part.

Benjamin Célariès, université Gustave Eiffel (Marne-la-Vallée)

"Spectre des opérateurs de composition pondérés : le cas des automorphismes elliptiques"

Considérons $\mathbb{D}$, le disque unité ouvert de $\mathbb{C}$, et $Hol(\mathbb{D})$, l'espace des fonctions holomorphes sur $\mathbb{D}$. L'objectif de l'exposé est d'étudier les opérateurs de composition pondérés de la forme suivante

$$T_{m,\varphi} \; : \; \left\{ \begin{array}{lcl} Hol(\mathbb{D}) & \longrightarrow & Hol(\mathbb{D}) \\ f & \longmapsto & [z \mapsto m(z) \times f(\varphi(z))] \end{array} \right. ,$$

où $m \; : \; \mathbb{D} \to \mathbb{C}$ est une fonction holomorphe et $\varphi \; : \; \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ est un automorphisme elliptique (c'est-à-dire conjugué à une rotation). Nous étudierons en particulier les propriétés spectrales de tels opérateurs.

Guillaume GRELIER, Universidad de Murcia

"Fonctions uniformément convexes et théorème d'Enflo"

On introduira la notion de fonctions ε-uniformément convexes et on présentera leurs principales propriétés. On présentera notamment le fait que l'enveloppe convexe fermée d'une fonction ε-uniformément convexe l'est également. Le théorème d'Enflo affirme que tout espace super-réflexif admet un renormage uniformément convexe. La démonstration de ce théorème reste cependant obsure d'un point de vue géomètrique. Dans ce type d'espace, on montrera qu'il est possible de construire une fonction uniformément convexe grâce à l'absence d'arbres dyadiques séparés de taille arbitrairement grande. On en déduira alors une démonstration plus naturelle de ce grand théorème.

Antoine Julia, Université Paris Saclay (Orsay)

"Intégration et singularités effaçables pour le théorème de Stokes"

Les intégrales non-absolument convergentes permettent d'obtenir des versions très générales du théorème fondamental de l'analyse ou du théorème de la divergence. Cela permet notamment d'étudier les singularités effaçables pour des EDPs sous forme divergence. Je présenterai ces techniques en commençant par le cas unidimensionnel (intégrale de Henstock-Kurzweil) et en allant jusqu'à l'intégration sur des surfaces singulières pour obtenir un théorème de Stokes généralisé. Je donnerai un exemple de surface portant une singularité pathologique et, inversement, des critères qui garantissent que les singularités d'une surface sont gentilles.

Marcu-Antone ORSONI, The Fields Institute (Toronto)

"Ensembles dominants pour des espaces de fonctions holomorphes et constantes d'échantillonnage"

Soit (Ω, μ) un espace mesuré et $\mathcal{F} \subset L^p(\omega, \mu)$ un sous-espace de fonctions holomorphes. Un ensemble mesurable E est dit *dominant* pour $\mathcal{F}$ s'il existe une constante $C > 0$ telle que

$$\int_\Omega |f|^p d\mu \leq C \int_E |f|^p d\mu, \quad \forall f \in \mathcal{F}.$$

Si la caractérisation des ensembles dominants pour les espaces de fonctions holomorphes classiques a été essentiellement achevée dans les années 80, il a fallu attendre les années 2000 et les travaux de Kovrijkine pour obtenir les premières estimations de la *constante d'échantillonnage* C pour l'espace de Paley-Wiener. Dans cet exposé, nous discuterons des constantes d'échantillonnage pour les espaces de Bergman et de Fock. Travaux en collaboration avec A. Hartmann, D. Kamissoko et S. Konaté.

Daniel PEREZ, Département de mathématiques et applications (Paris) et Laboratoire de mathématiques d'Orsay

"Sur les fonctions ζ et leur application à la topologie d'ensembles de surniveau des processus stochastiques"

Nous introduisons la notion de fonction ζ stochastique, qui pour certaines catégories de processus partagent de nombreuses propriétés avec leurs homologues en théorie analytique des nombres. Ces fonctions ζ, définies en termes du code-barres de l'homologie persistante, sont liées à une variable duale qui compte le nombre de barres dans le code-barres de longueur $\geq \varepsilon$. Un "théorème des nombres premiers" peut alors être prouvé pour cette variable duale en termes de la fonction ζ du processus considéré.

An answer to a question by A.Wigderson and Y.Wigderson

Yiyu Tang

Laboratoire d'analyse et de mathématiques appliquées, Université Gustave Eiffel

Abstract

We answer a question proposed by A. Wigderson and Y. Wigderson when they consider a family of "Heisenberg-like" uncertainty principle in their paper. And we discuss the case of general exponents pair, finally we propose a question for optimal constant.

Question. For $1 < q \leq \infty$ and $q \neq 2$, define $F_q : \mathscr{S}(\mathbb{R}) \setminus \{0\} \to \mathbb{R}_{>0}$ by

$$F_q(f) := \frac{||f||_q ||\hat{f}||_q}{||f||_2 ||\hat{f}||_2}$$

Is F_q surjective? i.e. is the image of F_q all of $\mathbb{R}_{>0}$? Here, $\mathscr{S}(\mathbb{R})$ is the Schwartz space on real line, and $\hat{f}$ is the Fourier transform defined on $\mathscr{S}(\mathbb{R})$ by $\hat{f}(\xi) = \int_{\mathbb{R}} f(x) \mathrm{e}^{-2\pi \mathrm{i} x \xi} \mathrm{d}x$. Finally, notation $||f||_q$ is the L^q norm of f: $||f||_q = \left(\int_{\mathbb{R}} |f|^q \mathrm{d}x \right)^q$.

Yujia ZHAI, Laboratoire de Mathématiques Jean Leray (Nantes)

"Multi-parameter flag Leibniz rules of arbitrary complexity"

We prove generic flag Leibniz rules of multi-parameter and arbitrary complexity, which builds upon the more classical Leibniz rule (of one-parameter and complexity 1) with the form

$$\|D^\beta(f_1 f_2)\|_{L^r(\mathbb{R})} \lesssim \|D^\beta f_1\|_{L^{p_1}(\mathbb{R})}\|f_2\|_{L^{p_2}(\mathbb{R})} + \|f_1\|_{L^{p_1}(\mathbb{R})}\|D^\beta f_2\|_{L^{p_2}(\mathbb{R})},$$

for $\beta \geq 0$ and

$$1 \leq p_1, p_2 \leq \infty, \quad \frac{1}{1+\alpha} < r \leq \infty, \quad \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{r}. \tag{1}$$

We will discuss and compare different approaches to prove the Leibniz rule (1) - the first approach goes through the boundedness of Coifman-Meyer multipliers while the other uses commutators originally introduced by Bourgain and Li. Our methodology relies on the latter commutator estimates which yield generic flag Leibniz rules. This is joint work with Cristina Benea.

Liste des auteurs